Savoir CALCULER DES PROBABILITÉS LORS D'UNE RÉPÉTITION D'ÉPREUVES DE BERNOULLI, UTILISER LA LOI BINOMIALE

Ce que je dois savoir faire

- **Justifier** { **une épreuve de Bernoulli** / **un schéma de Bernoulli** / **une loi binomiale**

Méthode : À partir d'un texte, plus ou moins long, qui présente une situation :

1) Rédiger la présence d'une épreuve de Bernoulli en montrant :
   - qu'il y a deux issues (ou qu'il ne peut arriver que deux choses),
   - qu'on connaît la probabilité p de l'une des deux (le succès),
   - que c'est donc une épreuve de Bernoulli.

   Pour repérer qui joue le rôle de succès :
   - si l'énoncé me donne une variable aléatoire X, les succès seront ce qu'elle compte,
   - sinon, je regarde dans la consigne de quoi je dois calculer la probabilité.

2) Rédiger la présence d'un schéma de Bernoulli en montrant :
   - que cette épreuve est répétée un certain nombre n de fois,
   - que les répétitions se font de manière indépendante en le justifiant avec l'énoncé :
     - qui me dit clairement que c'est indépendant,
     - qui me dit que c'est un tirage avec remise,
     - qui me dit que c'est une situation analogue à un tirage avec remise,
   - que c'est donc un schéma de Bernoulli de paramètres n et p.
3) En déduire que la variable aléatoire qui compte les succès suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$.
   Si l'énoncé ne présente pas de variable aléatoire, je dois le faire moi-même.
   Ça me permettra d'utiliser les notations $P(X \dots)$.

Remarque : Attention, la consigne **déterminer la loi de probabilité** ne consiste pas à établir le tableau habituel associant les issues possibles à leur probabilité mais juste à citer la loi binomiale.

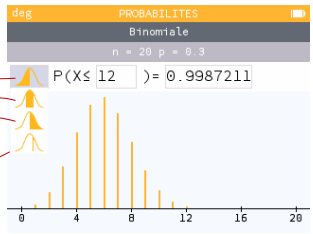
- **Utiliser la calculatrice pour calculer une probabilité lorsqu'une variable aléatoire X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$**

  - **Méthode** pour un calcul du type $P(X=k)$: 1) Montrer la formule $\binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$,
    2) Simplifier les puissances et remplacer $\binom{n}{k}$ par $\dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$.
    3) Donner l'arrondi s'il est demandé.

  Remarque : Retenez les deux valeurs particulières $\begin{cases} P(X=n) = p^n \\ P(X=0) = (1-p)^n \end{cases}$.

  - **Méthode 1** pour un calcul du type $P(X \leqslant k)$ ou $P(X \geqslant k)$ **:** décomposer en somme s'il n'y a pas trop de termes.
    Par exemple : $P(X \leqslant 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$
    $P(X \geqslant 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$
    $P(X > 18) = P(X=19) + P(X=20)$ pour $n = 20$.

    Méthode 2 dans les autres cas, on trouve un arrondi à la calculatrice.
    Toutes les calculatrices ont un menu pour calculer $P(X=k)$ et $P(X \leqslant k)$.
    Certaines calculatrices ont aussi un menu pour $P(X \geqslant k)$ et $P(k_1 \leqslant X \leqslant k_2)$



    Mais d'autres ne l'ont pas ! Il faut alors ruser...
    Par exemple, $P(X \geqslant 15)$ se calcule avec $1 - P(X \leqslant 14)$
    et $P(8 \leqslant X \leqslant 15)$ se calcule avec $P(X \leqslant 15) - P(X \leqslant 7)$.

Remarque : Ne confondez pas « avoir au moins k succès » qui correspond à $P(X \geqslant k)$ (ou à $1 - P(X \leqslant k-1)$),
« avoir moins de k succès » qui correspond à $P(X < k)$ et donc à $P(X \leqslant k-1)$,
« avoir au plus k succès » qui correspond à $P(X \leqslant k)$,
« avoir plus de k succès » qui correspond à $P(X > k)$ et donc à $1 - P(X \leqslant k)$.

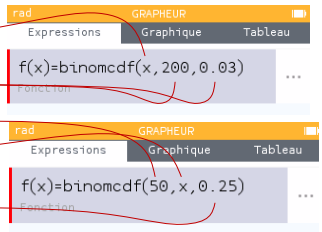
Remarque : Si l'énoncé ne demande pas une certaine précision, arrondissez à 10^{-3}.

- **Déterminer à la calculatrice la plus petite valeur de n ou k telle que $P(X \leqslant k)$ soit supérieur à un seuil donné lorsque X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$**

  - Les calculatrices possèdent une instruction de calcul de $P(X \leqslant k)$.
    Par exemple `binomcdf(…)` où les trois arguments sont, dans cet ordre, la borne k, le 1er paramètre n et le 2ème paramètre p.

    Méthode :

    1) Définir la fonction $x \mapsto P(X \leqslant x)$ avec cette instruction en utilisant la variable `x` (en tapant) pour la valeur à déterminer :
       - Si on cherche k, le 1er argument est la variable `x`, les deux autres arguments sont les deux paramètres connus de la loi n et p.
       - Si on cherche n, le 1er argument est la borne connue k, le 2ème argument est la variable `x` et le 3ème argument est le paramètre connu de la loi p.

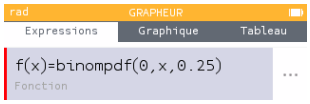
       

    2) Afficher la table de valeurs.
    3) Parcourir la table jusqu'à trouver la première valeur de la colonne `x` dont l'image dans la colonne `f(x)` dépasse le seuil donné.
    4) Pour justifier, il suffit de montrer deux valeurs : $\begin{cases} \text{celle pour laquelle } P(X \leqslant k) \text{ dépasse le seuil} \\ \text{la précédente pour laquelle elle ne le dépasse pas.} \end{cases}$
    5) S'il faut interpréter : $\begin{cases} \text{traduire } \leqslant k \text{ avec moins de ou pas plus de} \\ \text{traduire } > \text{seuil comme une probabilité (ou une proportion) dépassée.} \end{cases}$

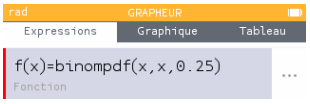
  - Une question classique consiste à **déterminer la plus petite valeur de n telle que $P(X = 0) > \text{seuil}$**.

    Méthode 1 : Si vous avez traité la fonction ln, vous devez résoudre algébriquement ce type d'inéquation car elle est de la forme $(1-p)^n > \text{seuil}$. Ce sera le cas au baccalauréat...

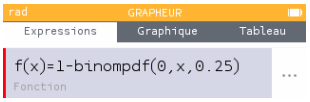
    Méthode 2 : Si vous n'avez pas encore traité la fonction ln, vous pouvez utiliser la calculatrice en adaptant les 5 étapes de la méthode précédente avec l'instruction `binompdf(m,n,p)` `P(X=m) où X suit B(n,p)` dédiée au calcul de $P(X = k)$.

    On utilise la fonction 

    et on trouve le seuil et la valeur de n dans la table de valeurs.

    Remarque : Même chose avec $P(X = n) > \text{seuil}$ en utilisant la fonction 

    .

    Même chose avec $P(X \geqslant 1) > \text{seuil}$ en utilisant la fonction 

    puisque $P(X \geqslant 1)$ est égal à $1 - P(X = 0)$.

- **Calculer, interpréter, utiliser l'espérance d'une variable aléatoire**

  - On rappelle la formule générale $\mathrm{E}(X) = 0 \times P(X = 0) + 1 \times P(X = 1) + \ldots + n \times P(X = n)$.

    Deux interprétations possibles :
    - Si on répète un grand nombre de fois l'expérience, c'est la valeur moyenne prise par X.
    - Si on réalise une fois l'expérience, c'est la valeur (abstraite) de X qu'on peut espérer.

  - Dans le cas d'une loi binomiale $\mathcal{B}(n;p)$, on a $\mathrm{E}(X) = np$.

    Pour interpréter, on se rappelle que X compte les succès :
    - Si on répète un grand nombre de fois l'expérience, c'est le nombre moyen de succès.
    - Si on réalise une fois l'expérience, c'est le nombre (abstraite) de succès qu'on peut espérer.

    Il arrive qu'on vous donne la moyenne $\mathrm{E}(X)$ et qu'on en déduise la valeur de n.

Remarques sur les exercices

- Les exercices ① à ④ sont purement calculatoires.
- Les exercices ⑤ à ⑧ sont des petits problèmes classiques permettant de travailler la rédaction pour présenter une loi binomiale qui n'est pas annoncée dans l'énoncé.
- Les exercices suivants sont des types bac.
  Les exercices ⑨ à ⑰ sont des extraits assez courts, avec des questions diverses.
  Les exercices ⑱ à ⑳ sont des gros problèmes mélangeant les probabilités conditionnelles et la loi binomiale.
- L'exercice ㉑ est un problème original qui fera appel aux dénombrements.

---

① On définit la variable aléatoire Y qui compte des succès et qui suit une loi binomiale de paramètres $n = 12$ et $p = 0{,}68$.
On donnera les valeurs arrondies à 10^{-4}.

a. Calculer $P(Y = 7)$.

b. Calculer $P(Y = 12)$.

c. Calculer $P(Y \geqslant 11)$.

d. Calculer la probabilité d'avoir moins de trois succès.

e. Calculer la probabilité d'avoir au plus neuf succès.

f. Calculer la probabilité d'avoir au moins deux succès.

g. Calculer l'espérance mathématique de la variable Y.

---

② On définit la variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = \frac{3}{4}$.

Établir le tableau de la loi de probabilité de X.
On donnera les valeurs exactes des probabilités.

---

③ On donne une variable aléatoire X suivant la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0{,}2$.

À l'aide d'une calculatrice, déterminer le plus petit entier a tel que $P(X \leqslant a) > 0{,}8$.

---

④ On donne une variable aléatoire T suivant la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}15$.

a. À l'aide d'une calculatrice, déterminer la plus petite valeur de n telle que $P(T \leqslant 8) < 0{,}95$.

b. Déterminer la plus petite valeur de n telle que $P(T = 0) < 0{,}1$.

c. Déterminer la plus petite valeur de n telle que $P(T \geqslant 1) > 0{,}999$.

---

⑤ On donne une variable aléatoire Z suivant la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}92$.

Déterminer la plus petite valeur de n telle que $P(T = n) < 0{,}2$.

---

⑥ Un jeu consiste à piocher une carte dix fois de suite avec remise.
On gagne si on a pioché au moins trois cœurs.
Calculer la probabilité de gagner, arrondie à 10^{-3}.

---

⑦ On lance 100 fois une pièce de monnaie.
Calculer la probabilité d'obtenir entre 50 et 60 fois pile, arrondie à 10^{-3}.

---

⑧ On dispose d'un sac contenant 10 jetons rouges, 30 jetons blancs et 40 jetons noirs, indiscernables au toucher.
On pioche 5 jetons avec remise.
Calculer la probabilité de piocher au moins un jeton rouge, arrondie à 10^{-3}.

---

⑨ Sur le trajet de mon travail, du lundi au vendredi, il y a un feu tricolore qui reste vert durant 1 min 30 et qui reste orange ou rouge durant 2 min 30.
J'ai des horaires de travail irréguliers, de sorte que, chaque matin, ma chance de passer au vert ne dépend pas des jours précédents.

a. Sur une durée de 4 semaines, calculer la probabilité que je passe au vert au moins 10 fois, arrondie à 10^{-3}.

b. Sur une durée de 4 semaines, combien de fois je passe au vert en moyenne ?

---

⑩ Dans une chaine de production pharmaceutique, la proportion de gélules non commercialisables en sortie de chaine est 3 %.
On prélève sur la chaîne des échantillons de 200 gélules.
On suppose que la proportion est suffisamment importante pour modéliser cette situation par un tirage aléatoire de 200 gélules avec remise.
Soit X la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 200 gélules, associe le nombre de gélules non commercialisables.

a. Quelle est la loi suivie par X ?

b. À l'aide d'une calculatrice, déterminer le plus petit entier b tel que $P(X \leqslant b) > 0{,}9$.

c. Interpréter le résultat précédent.

---

⑪ Un grossiste achète des boîtes de thé vert chez un fournisseur dont 12 % des boîtes présentent des traces de pesticides. Le gérant d'un salon de thé achète un lot de 10 boîtes de thé chez ce grossiste précédent.
On suppose que le stock de ce dernier est suffisamment important pour modéliser cette situation par un tirage aléatoire de 10 boîtes avec remise.
On considère la variable aléatoire X qui associe, à ce prélèvement de 10 boîtes, le nombre de boîtes sans trace de pesticides.
Les probabilités seront arrondies au centième.

a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Calculer la probabilité que les 10 boîtes soient sans trace de pesticides.

c. Calculer la probabilité qu'au moins 8 boîtes ne présentent aucune trace de pesticides.

d. Déterminer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

D'après Baccalauréat Asie 2013

---

⑫ Pour embaucher ses cadres, une entreprise fait appel à un cabinet de recrutement.
La procédure retenue est la suivante :
- le cabinet effectue une première sélection de candidats sur dossier ; 40 % des dossiers reçus sont validés et transmis à l'entreprise ;
- les candidats ainsi sélectionnés passent un premier entretien à l'issue duquel 70 % d'entre eux sont retenus ;
- ces derniers sont convoqués à un ultime entretien avec le directeur des ressources humaines qui recrutera 25 % des candidats rencontrés.

a. On choisit au hasard le dossier d'un candidat.
Montrer que la probabilité que le candidat soit recruté est égale à 0,07.

b. Cinq amis postulent à un emploi de cadre dans cette entreprise.
Les études de leur dossier sont faites indépendamment les unes des autres.
On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi ces cinq candidats.
Calculer la probabilité que deux exactement des cinq amis soient recrutés. On arrondira à 10^{-3}.

D'après Baccalauréat Métropole 2012

---

⑬ Une jardinerie offre en cadeau de jeunes plants d'arbres qui proviennent d'un stock comportant 47,5 % d'arbres à feuilles, le reste étant composé de conifères.
On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie.
On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.

a. Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ? On arrondira à 10^{-3}.

b. Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus ? On arrondira à 10^{-3}.

D'après Baccalauréat Métropole 2013

⑭ On dispose d'une urne qui contient trois boules noires et cinq boules rouges.
Une partie consiste à piocher une boule.
On convient qu'une partie est gagnée lorsque la boule obtenue est noire.
Une personne joue dix parties indépendantes en remettant, après chaque partie, la boule obtenue dans l'urne d'où elle provient.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées.

a. Calculer la probabilité de gagner exactement trois parties.
On donnera le résultat arrondi au millième.

b. Calculer la probabilité de gagner au moins une partie.
On donnera le résultat arrondi au millième.

c. On donne le tableau suivant :

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X < k)$	0,0091	0,0637	0,2110	0,4467	0,6943	0,8725	0,9616	0,9922	0,9990	0,9999

Soit N un entier compris entre 1 et 10.
On considère l'évènement : « La personne gagne au moins N parties ».
Utiliser le tableau pour déterminer à partir de quelle valeur de N la probabilité de cet évènement est-elle inférieure à 0,1 ?

D'après Baccalauréat Nouvelle Calédonie Mars 2012

---

⑮ Dans une entreprise, 19,1 % des salariés sont des cadres.

1. On choisit au hasard un échantillon de 15 salariés.
Le grand nombre de salariés dans l'entreprise permet d'assimiler ce choix à un tirage avec remise.
On note X la variable aléatoire donnant le nombre de cadres au sein de l'échantillon de 15 salariés.

a. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Calculer la probabilité que l'échantillon contienne au plus 1 cadre. Arrondir au millième.

c. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X. Interpréter le résultat.

2. On considère dans cette question un échantillon de n salariés, avec n un entier naturel, et on note X_n la variable aléatoire donnant le nombre de cadres de cet échantillon.
Quelle doit être la valeur minimale de n pour que la probabilité qu'il y ait au moins un cadre au sein de l'échantillon soit supérieure ou égale à 0,99?

D'après Baccalauréat Centres Étrangers 2022

---

⑯ Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 1.
Une urne contient quatre boules rouges et n boules noires indiscernables au toucher.
On prélève successivement et au hasard quatre boules de l'urne en remettant dans l'urne la boule tirée après chaque tirage.
La variable aléatoire X donnant le nombre de boules rouges tirées au cours de ces quatre tirages suit la loi binomiale de paramètres 4 et p.

a. Donner l'expression de p en fonction de n.

b. On note q_n la probabilité que l'une au moins des quatre boules tirées soit noire.
Démontrer que $q_n = 1 - \left(\dfrac{4}{n+4}\right)^n$.

c. Quel est le plus petit entier naturel n pour lequel la probabilité q_n est supérieure ou égale à 0,999 9 ?

D'après Baccalauréat Métropole Septembre 2012

---

⑰ Dans une association sportive, un quart des femmes et un tiers des hommes adhèrent à la section tennis. On sait également que 30 % des membres de cette association adhèrent à la section tennis.
Pour financer une sortie, les membres de cette association organisent une loterie. Chaque semaine, un membre de l'association est choisi au hasard de manière indépendante pour tenir la loterie.

a. Déterminer la probabilité pour qu'en quatre semaines consécutives, il y ait exactement deux fois un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.

b. Pour tout entier naturel n non nul, on note p_n la probabilité pour qu'en n semaines consécutives, il y ait au moins un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.
Montrer que, pour tout entier n non nul, $p_n = 1 - 0{,}7^n$.

D'après Baccalauréat Amérique du Nord 2012

⑱ Le coyote est un animal sauvage proche du loup, qui vit en Amérique du Nord.
Dans l'état d'Oklahoma, aux États-Unis, de nombreux coyotes sont touchés par une maladie appelée ehrlichiose.
Il existe un test aidant à la détection de cette maladie. Lorsque ce test est appliqué à un coyote, la probabilité qu'il présente un test positif est de 0,694.

1. Lorsqu'on capture au hasard cinq coyotes, on assimile ce choix à un tirage avec remise.
On note T la variable aléatoire qui, à un échantillon de cinq coyotes capturés au hasard, associe le nombre de coyotes dans cet échantillon ayant un test positif.

a. Quelle est la loi de probabilité suivie par T ? Justifier et préciser ses paramètres.

b. Calculer la probabilité que, dans un échantillon de cinq coyotes capturés au hasard, un seul ait un test positif. On arrondira le résultat au centième.

c. Un vétérinaire affirme qu'il y a plus d'une chance sur deux qu'au moins quatre coyotes sur cinq aient un test positif. Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier la réponse.

2. Pour tester des médicaments, les vétérinaires ont besoin de disposer d'un coyote présentant un test positif.
Combien doivent-ils capturer de coyotes pour que la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux présente un test positif soit supérieure à 0,99 ?

D'après Baccalauréat Métropole 2022

---

⑲ Dans un souci d'améliorer sa politique en matière de développement durable, une entreprise a réalisé une enquête statistique sur sa production de déchets.
Dans cette enquête, les déchets sont classés en trois catégories :
- 69 % des déchets sont minéraux et non dangereux ;
- 28 % des déchets sont non minéraux et non dangereux ;
- les déchets restants sont des déchets dangereux.

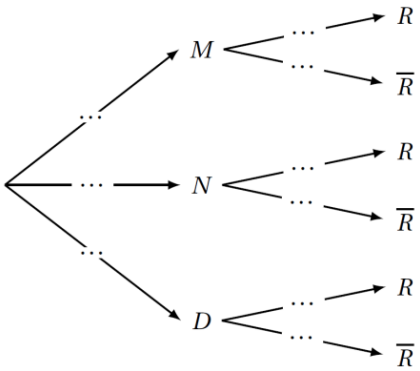
Cette enquête statistique nous apprend également que :
- 73 % des déchets minéraux et non dangereux sont recyclables;
- 49 % des déchets non minéraux et non dangereux sont recyclables;
- 35 % des déchets dangereux sont recyclables.

Partie A

Dans cette entreprise, on prélève au hasard un déchet. On considère les évènements suivants :
- M : « Le déchet prélevé est minéral et non dangereux »;
- N : « Le déchet prélevé est non minéral et non dangereux »;
- D : « Le déchet prélevé est dangereux »;
- R : « Le déchet prélevé est recyclable ».

On note $\overline{R}$ l'évènement contraire de l'évènement R.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation de l'énoncé.



2. Justifier que la probabilité que le déchet soit dangereux et recyclable est égale à 0,010 5.

3. Déterminer la probabilité $P(M \cap \overline{R})$ et interpréter la réponse obtenue dans le contexte de l'exercice.

4. Démontrer que la probabilité de l'évènement R est $P(R) = 0{,}6514$.

5. On suppose que le déchet prélevé est recyclable. Déterminer la probabilité que ce déchet soit non minéral et non dangereux. On donnera la valeur arrondie au dix-millième.

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un déchet prélevé au hasard soit recyclable est égale à 0,651 4.

1. Afin de contrôler la qualité de la collecte dans l'entreprise, on prélève un échantillon de 20 déchets pris au hasard dans la production.
On suppose que le stock est suffisamment important pour assimiler le prélèvement de cet échantillon à un tirage avec remise.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de déchets recyclables dans cet échantillon.

a. Déterminer la loi de probabilité suivie par X et préciser ses paramètres.

b. Donner la probabilité que l'échantillon contienne exactement 14 déchets recyclables.
On donnera la valeur arrondie au dix-millième.

2. Dans cette question, on prélève désormais n déchets, où n désigne un entier naturel strictement positif.
On désigne par X_n la variable aléatoire égale au nombre de déchets recyclables dans cet échantillon.

a. Donner l'expression en fonction de n de la probabilité p_n qu'aucun déchet de cet échantillon ne soit recyclable.

b. Déterminer la valeur de l'entier naturel n à partir de laquelle la probabilité qu'au moins un déchet du prélèvement soit recyclable est supérieure ou égale à 0,999 9.

D'après Baccalauréat Amérique du Nord 2023

---

⑳ Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville.
La vaccination contre la grippe est possible; elle doit être renouvelée chaque année.

Partie A

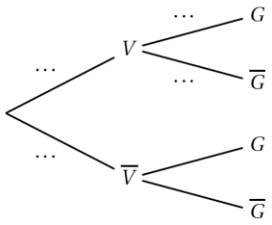
L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées, ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.
Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

- 40 % de la population est vaccinée ;
- 8 % des personnes vaccinées ont contracté la grippe ;
- 20 % de la population a contracté la grippe.

On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les évènements :
V : « la personne est vaccinée contre la grippe » ;
G : « la personne a contracté la grippe ».

1. **a.** Donner la probabilité de l'évènement G.

b. Reproduire l'arbre pondéré ci-contre et compléter les pointillés indiqués sur quatre de ses branches.



2. Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.

3. La personne choisie n'est pas vaccinée. Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28.

Partie B

Dans cette partie, les probabilités demandées seront données à 10^{-3} *près.*
Un laboratoire pharmaceutique mène une étude sur la vaccination contre la grippe dans cette ville.
Après la période hivernale, on interroge au hasard 40 habitants de la ville, en admettant que ce choix se ramène à 40 tirages successifs indépendants et avec remise.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes vaccinées parmi les n interrogées.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?

2. **a.** Déterminer la probabilité qu'exactement 15 des 40 personnes interrogées soient vaccinées.

b. Déterminer la probabilité qu'au moins la moitié des personnes interrogées soit vaccinée.

D'après Baccalauréat S Métropole 2018

㉑ Une épreuve de culture générale consiste en un questionnaire à choix multiple (QCM) de vingt questions. Pour chacune d'entre elles, le sujet propose quatre réponses possibles, dont une seule est correcte. À chaque question, le candidat ou la candidate doit nécessairement choisir une seule réponse. Cette personne gagne un point par réponse correcte et ne perd aucun point si sa réponse est fausse.
On considère trois candidats :

- Anselme répond complètement au hasard à chacune des vingt questions. Autrement dit, pour chacune des questions, la probabilité qu'il réponde correctement est égale à $\frac{1}{4}$;
- Barbara est un peu mieux préparée. On considère que pour chacune des vingt questions, la probabilité qu'elle réponde correctement est de $\frac{1}{2}$;

• Camille fait encore mieux : pour chacune des questions, la probabilité qu'elle réponde correctement est de $\frac{2}{3}$.

1. On note X, Y et Z les variables aléatoires égales aux notes respectivement obtenues par Anselme, Barbara et Camille.

a. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Justifier.

b. À l'aide de la calculatrice, donner l'arrondi au millième de la probabilité $P(X \geqslant 10)$.

c. À l'aide de la calculatrice, donner sans justification les arrondis au millième des probabilités $P(Y \geqslant 10)$ et $P(Z \geqslant 10)$.

2. On choisit au hasard la copie d'un de ces trois candidats.
On note A, B, C et M les évènements :

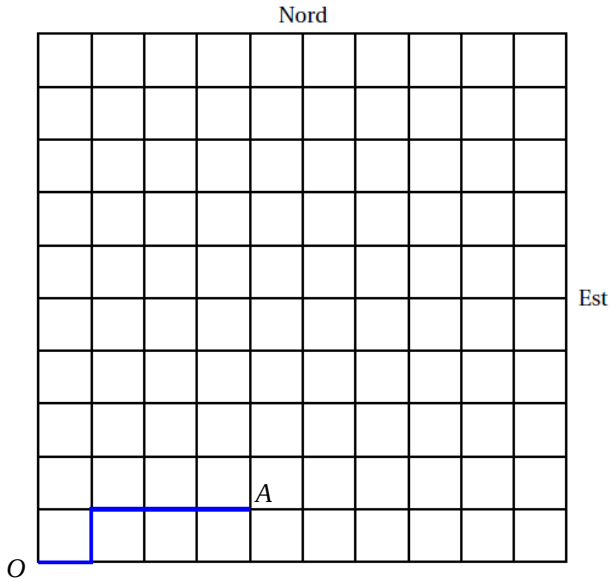
• A : « la copie choisie est celle d'Anselme » ;
• B : « la copie choisie est celle de Barbara » ;
• C : « la copie choisie est celle de Camille » ;
• M : « la copie choisie obtient une note supérieure ou égale à 10 ».

On constate, après l'avoir corrigée, que la copie choisie obtient une note supérieure ou égale à 10 sur 20.

Quelle est la probabilité qu'il s'agisse de la copie de Barbara?
On donnera l'arrondi au millième de cette probabilité.

D'après Baccalauréat S Nouvelle Calédonie Novembre 2018

㉒ Les rues d'une ville nouvelle sont structurées de telle sorte que les pâtés de maisons sont des carrés superposables et les rues sont toutes parallèles ou perpendiculaires.
On identifie le plan de la ville au quadrillage d'un carré de 10 unités sur 10 dans lequel on se repère avec des points à coordonnées entières qui correspondent aux carrefours :



Le point O a pour coordonnées $(0\,;0)$, le point A a pour coordonnées $(4\,;1)$.
On s'intéresse aux chemins partant de O et arrivant à un autre point M de coordonnées $(p\,;q)$ où p et q sont des entiers naturels tels que $p \leqslant 10$ et $q \leqslant 10$.
À chaque intersection, on ne peut aller que vers le nord (N) ou vers l'est (E).
Dans tout l'exercice, on décrit un chemin à l'aide d'un mot composé successivement des lettres N ou E qui indiquent dans l'ordre la direction à suivre à chaque intersection.
On appelle *longueur* d'un chemin le nombre de lettres employées pour le décrire.
Par exemple :
Pour se rendre en A, on peut suivre par exemple les chemins NEEEE ou ENEEE (marqué en bleu sur la figure) ; ces deux chemins ont une longueur égale à 5.

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment.

Partie A - Dénombrement

1. Donner la liste de tous les chemins permettant de se rendre en A.

2. Soit M un point de coordonnées $(p\,;q)$ où p et q sont des entiers naturels tels que $p \leqslant 10$ et $q \leqslant 10$.
Exprimer, en fonction de p et q, la longueur des chemins qui permettent d'arriver en M.

3. Montrer qu'il y a $\binom{p+q}{p}$ chemins différents qui permettent d'arriver en M.

4. Dénombrer les chemins pour arriver au point C de coordonnées $(7 ; 5)$.

5. Dénombrer les chemins pour arriver en C en passant par A.

Partie B - Étude d'une variable aléatoire

Tous les chemins considérés dans la suite de l'exercice vérifient les deux propriétés suivantes :
- ils sont de longueur 5 ;
- un promeneur part de O et, à chaque intersection, la probabilité qu'il aille vers le Nord est de 2/3 (et donc de 1/3 vers l'Est), indépendamment de son choix précédent.

On appelle X la variable aléatoire qui, à tout chemin suivi par le promeneur, associe le nombre de fois où il va vers le Nord.

1. Énumérer, en donnant la liste de leurs coordonnées, tous les points sur lesquels peut aboutir un chemin.

2. Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

3. Calculer la probabilité que le promeneur arrive en A.
On arrondira au dis-millième.

D'après Baccalauréat Antilles Septembre 2012