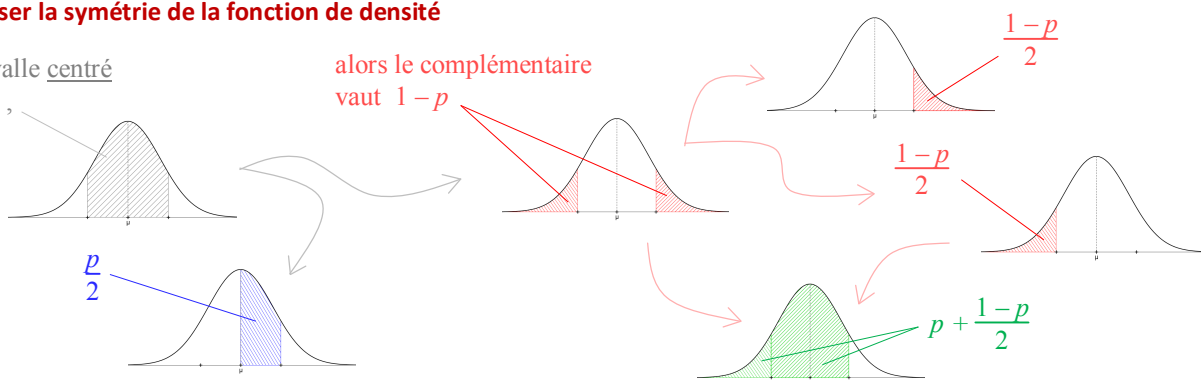


Savoir UTILISER UNE LOI NORMALE

Ce que je dois savoir faire

- **Calculer une probabilité avec une variable aléatoire qui suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ de moyenne μ et d'écart type σ**
 - $P(a \leq X \leq b)$, $P(X \leq c)$ et $P(X \geq c)$ se calculent à la calculatrice (il faut bien connaître comment).
 - Parfois, vous pouvez repérer que les bornes a et b sont les valeurs particulières du cours $\mu - \sigma$ et $\mu + \sigma$. D'après le cours, vous pouvez conclure que la probabilité $P(a \leq X \leq b)$ est environ 0,68 (ou 0,683).
 - De même avec $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma)$ qui est environ 0,95 (ou 0,954)
et avec $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma)$ qui est environ 0,99 (ou 0,997).
- **Utiliser les probabilités remarquables 0,68 (ou 0,683), 0,95 (ou 0,954) et 0,99 (ou 0,997)**
 - Permet de **calculer une probabilité sans calculatrice** (voir ci-dessus).
 - Si vous repérez que l'évènement est centré en μ et que la probabilité $P(a \leq X \leq b)$ est 0,68 (ou 0,683),
 - vous pouvez **calculer les bornes** connaissant σ : on a alors a qui vaut $\mu - \sigma$ et b qui vaut $\mu + \sigma$;
 - vous pouvez **calculer l'écart type** connaissant les bornes : on a alors σ tel que $\mu - \sigma = a$ (ou $\mu + \sigma = b$) .
 - Mêmes choses avec les bornes $\mu - 2\sigma$ et $\mu + 2\sigma$, et avec les bornes $\mu - 3\sigma$ et $\mu + 3\sigma$.
- **Utiliser la symétrie de la fonction de densité**

Si on a un intervalle centré de probabilité p ,



Remarque : Faites des petits dessins au brouillon ! Vous pouvez même les montrer sur la copie.

- **Calculer une borne x connaissant μ , σ et la probabilité $P(X \leq x)$**
 - Correspond à des énoncés du type « Déterminer le ... maximum pour que la probabilité de ... soit 0, ... » .
 - Se fait à la calculatrice en utilisant ce qu'on appelle la " **loi normale inverse** " .
 - Par exemple, avec $\mu = 0$ et $\sigma = 1$, sachant que $P(X \leq x) = 0,91$, on obtient $x = 1,3407...$
 - Certaines calculatrices ne savent calculer la borne x que si on connaît $P(X \leq x)$.
Si on donne par exemple $P(X \geq x) = 0,91$, il faut d'abord se ramener à $P(X \leq x) = 1 - 0,91$.
Mais d'autres calculatrices savent calculer la borne x si on connaît $P(X \geq x)$ ou même $P(-x \leq X \leq x)$.



- **Calculer l'écart type σ connaissant μ et une probabilité $P(X \leq c)$**
 - Méthode 1 : Avant de vous lancer dans la méthode 2 ci-dessous, vérifiez que vous n'êtes pas en présence d'une des probabilités remarquables 0,68 (ou 0,683), 0,95 (ou 0,954) ou 0,99 (ou 0,997) et utilisez la méthode vue dans le 2^{ème} paragraphe.
 - Méthode 2 : Elle consiste à centrer et à réduire la loi.
 - On transforme $(X \leq c)$ en un évènement équivalent : $X \leq c \Leftrightarrow X - \mu \leq c - \mu \Leftrightarrow \frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{c - \mu}{\sigma}$
Ils ont donc la même probabilité : $P(X \leq c) = p$ qu'on connaît, et donc $P(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{c - \mu}{\sigma}) = p$.
 - Mais $\frac{X - \mu}{\sigma}$ suit la loi centrée réduite $\mathcal{N}(0; 1)$, dont on connaît moyenne et écart type.
 - Et comme on connaît p , on peut calculer la borne $\frac{c - \mu}{\sigma}$ avec la **loi normale inverse**, et en déduire σ .

Remarque : Si la probabilité donnée est de la forme $P(X \geq c)$, on doit d'abord se ramener à $P(X \leq c)$ par complémentaire.

Si la probabilité donnée est de la forme $P(a \leq X \leq b)$, on doit d'abord se ramener à $P(X \leq c)$ en utilisant la symétrie de la fonction de densité.

Remarques sur les exercices

- L'exercice **1.** est une série de questions calculatoires que vous retrouverez dans les types bac qui suivent. Entraînez-vous et apprenez à les reconnaître.
Les questions **1.1.** à **1.6.** sont des calculs de probabilités, vous connaissez μ et σ .
Les questions **1.7.** à **1.10.** sont des calculs de bornes, avec les probabilités remarquables, ou avec la " loi normale inverse " .
Les questions **1.11.** à **1.15.** sont des calculs d'écarts types, les premiers avec les probabilités remarquables, puis avec la grosse méthode 2...
- L'exercice **2.** propose deux Vrai-Faux.
- Les exercices **3.** à **15.** sont des types Bac ou des extraits.
Les exercices **7.** à **15.** demandent de calculer un écart type. Envisagez bien les deux méthodes.
Les exercices **12.** à **15.** sont des types Bac complets et donc révisent aussi d'autres parties.

Si l'énoncé ne spécifie pas la précision des résultats, arrondissez à 10^{-3} .

1. Arrondir les probabilités à 10^{-3} .

- 1.1.** La durée de vie, en jours, d'un appareil électrique est une variable aléatoire X qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 750$ et d'écart type $\sigma = 120$.
Calculer la probabilité que l'appareil fonctionne moins de 600 jours.
 - 1.2.** On considère une variable aléatoire Y suivant la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ avec $\mu = 25$ et $\sigma = 3,2$.
Calculer $P(20 \leq Y \leq 25)$.
 - 1.3.** Le poids réel, en gramme, d'un type de paquet de pâtes obéit à la loi normale de paramètres $\mu = 500$ et $\sigma = 6$.
Calculer la probabilité qu'un tel paquet de pâtes pèse plus de 510 grammes.
 - 1.4.** Une variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne $\mu = 12$.
On sait que $P(9 \leq X \leq 15) = 0,7$.
En utilisant des arguments graphiques, déterminer $P(12 \leq X \leq 15)$, $P(X \leq 9)$, $P(X \geq 15)$, $P(X \leq 15)$ et $P(X \geq 9)$.
 - 1.5.** On considère une variable aléatoire T qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 52$ et d'écart type $\sigma = 3$.
Déterminer $P(46 \leq T \leq 58)$, arrondi à 10^{-3} près.
 - 1.6.** Étant donnée une variable aléatoire X suivant la loi normale de moyenne $\mu = 120$ et d'écart type $\sigma = 8,5$.
Déterminer $P(111,5 \leq X \leq 128,5)$, arrondi à 10^{-3} près.
-
- 1.7.** On note M la variable aléatoire qui donne le poids en kg des poulets d'un élevage en plein air.
On admet que M suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ avec $\mu = 1,8$ et $\sigma = 0,2$.
L'éleveur doit sélectionner pour la vente les 68 % de ses poulets dont le poids est le plus proche du poids moyen.
Donner un encadrement des poids de poulets qu'il doit sélectionner.
 - 1.8.** Soit une variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne $\mu = 200$ et d'écart type $\sigma = 31$.
Déterminer la valeur de m telle que $P(X \leq m) = 0,75$.
Arrondir à l'unité.

1.9. Étant donnée une variable aléatoire Y qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 15$ et d'écart type $\sigma = 1,8$, déterminer la valeur de n telle que $P(Y \geq n) = 0,7$. Arrondir à 10^{-2} .

1.10. Une variable aléatoire T suit une loi normale de moyenne $\mu = 810$ et d'écart type $\sigma = 54$. Déterminer la valeur de α telle que $P(810 - \alpha \leq T \leq 810 + \alpha) = 0,45$. Arrondir au dixième.

1.11. On donne une variable aléatoire S qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 200$ et d'écart type σ . On sait que $P(170 \leq S \leq 230)$ vaut environ 0,954. Donner une approximation de σ à l'entier près.

✍ **1.12.** Soit une variable aléatoire Y qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 8$ et d'écart type σ . Sachant que $P(Y \leq 7,1)$ vaut environ 0,16, montrer que $P(Y \geq 8,9)$ vaut également environ 0,16. En déduire une valeur approchée de σ à 10^{-1} près.

Faites un schéma...

📖 **1.13.** On considère une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 45$ et d'écart type σ . On sait que $P(X \leq 47)$ vaut environ 0,77.

On note Z la variable aléatoire définie par $Z = \frac{X - 45}{\sigma}$.

a) Quelle est la loi de probabilité suivie par Z ?

b) Justifier que $P(X \leq 47) = P(Z \leq \frac{2}{\sigma})$.

c) En déduire la valeur de σ , arrondie à 10^{-1} .

1.14. On donne une variable aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 190$ et d'écart type σ . On sait que $P(X \leq 189)$ vaut environ 0,42. Déterminer une approximation de σ au dixième près.

Comme le 1.13. mais sans les questions détaillées.

✍ **1.15.** Une variable aléatoire Y suit une loi normale de moyenne $\mu = 620$ et d'écart type σ . Déterminer une valeur approchée à l'unité de σ sachant que $P(Y \geq 600)$ vaut environ 0,8.

Il faut se ramener au cas 1.13.

✍ **1.16.** Étant donnée une variable aléatoire T qui suit une loi normale de moyenne $\mu = 5,5$ et d'écart type σ telle que $P(5 \leq T \leq 6)$ vaut environ 0,525. Déterminer un arrondi au dixième de l'écart type σ .

Il faut se ramener au cas 1.13.

2. 2.1. Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée.

Une réponse non justifiée n'est pas comptabilisée.

Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

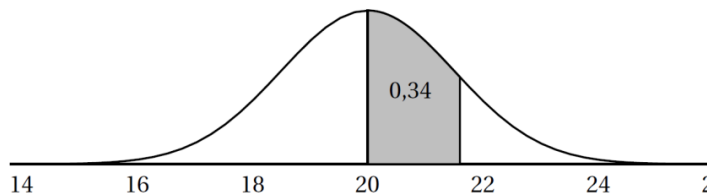
Dans une boulangerie industrielle, on prélève au hasard une baguette de pain dans la production. On admet que la variable aléatoire exprimant sa masse, en gramme, suit la loi normale d'espérance 200 et d'écart-type 10.

Affirmation : La probabilité que la masse de la baguette soit supérieure à 187 g est supérieure à 0,9.

2.2. Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

Un point est attribué par réponse exacte justifiée. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte et l'absence de réponse n'est pas pénalisée.

Sur le schéma ci-dessous, on a représenté la courbe de densité d'une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 20$. La probabilité que la variable aléatoire X soit comprise entre 20 et 21,6 est égale à 0,34.



Affirmation : La probabilité que la variable aléatoire X appartienne à l'intervalle $[23,2 ; +\infty [$ vaut environ 0,046.

D'après Baccalauréat Liban 2016

3. Soit Y une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 16 et d'écart type 1,95.

- Calculer la probabilité de l'évènement $(20 \leq Y \leq 21)$.
- Calculer la probabilité de l'évènement $(Y < 11) \cup (Y > 21)$.

D'après Baccalauréat Métropole 2015

4. Dans un pays, la taille en centimètres des femmes de 18 à 65 ans peut être modélisée par une variable aléatoire X_1 suivant la loi normale d'espérance $\mu_1 = 165$ cm et d'écart-type $\sigma_1 = 6$ cm, et celle des hommes de 18 à 65 ans, par une variable aléatoire X_2 suivant la loi normale d'espérance $\mu_2 = 175$ cm et d'écart-type $\sigma_2 = 11$ cm. Dans cet exercice tous les résultats seront arrondis à 10^{-2} près.

- Quelle est la probabilité qu'une femme choisie au hasard dans ce pays mesure entre 1,53 mètre et 1,77 mètre ?
- Déterminer la probabilité qu'un homme choisi au hasard dans ce pays mesure plus de 1,70 mètre.
- De plus, on sait que dans ce pays les femmes représentent 52 % de la population des personnes dont l'âge est compris entre 18 et 65 ans.
On choisit au hasard une personne qui a entre 18 et 65 ans. Elle mesure plus de 1,70 m.
Quelle est la probabilité que cette personne soit une femme ?

D'après Baccalauréat Polynésie 2015

5. Les probabilités seront arrondies au dix millième.

Un élève doit se rendre à son lycée chaque matin pour 8 h 00. Pour cela, il utilise son vélo.

On modélise son temps de parcours, exprimé en minutes, entre son domicile et son lycée par une variable aléatoire T qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 17$ et d'écart-type $\sigma = 1,2$.

- Déterminer la probabilité que l'élève mette entre 15 et 20 minutes pour se rendre à son lycée.
- Il part de son domicile à vélo à 7 h 40. Quelle est la probabilité qu'il soit en retard au lycée ?
- Avant quelle heure doit-il partir pour arriver à l'heure au lycée avec une probabilité de 0,9 ?
Arrondir le résultat à la minute près.

D'après Baccalauréat Liban 2014

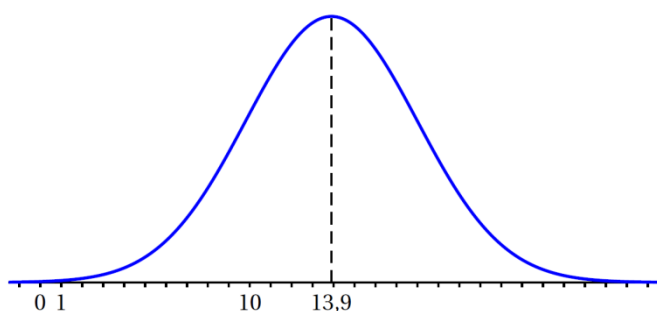
6. D'après une étude statistique faite sur plusieurs mois, on admet que le nombre X de cadenas vendus par mois dans un certain magasin de bricolage peut être modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 750$ et d'écart-type $\sigma = 25$.

- a) Calculer $P(725 \leq X \leq 775)$.
- b) Le responsable du magasin veut connaître le nombre n de cadenas qu'il doit avoir en stock en début de mois, pour que la probabilité d'être en rupture de stock en cours de mois soit inférieure à 0,05.
On ne réalimente pas le stock en cours de mois.
 Déterminer la plus petite valeur de l'entier n remplissant cette condition.
 Arrondir au centième.

D'après Baccalauréat Centres Étrangers 2015

7. Des études statistiques ont permis de modéliser le temps hebdomadaire, en heures, de connexion à internet des jeunes en France âgés de 16 à 24 ans par une variable aléatoire T suivant une loi normale de moyenne $\mu = 13,9$ et d'écart type σ .

La fonction densité de probabilité de T est représentée ci-dessous :



- a) On sait que $P(T > 22) = 0,023$.
 En exploitant cette information :
- 1) hachurer sur le graphique donné en annexe, deux domaines distincts dont l'aire est égale à 0,023 ;
 - 2) déterminer $P(5,8 \leq T \leq 22)$.
 Justifier le résultat.
 Montrer qu'une valeur approchée de σ au dixième est 4,1.
- b) On choisit un jeune en France au hasard.
 Déterminer la probabilité qu'il soit connecté à internet plus de 18 heures par semaine.
 Arrondir au centième.

D'après Baccalauréat Pondichéry 2016

9. Une seule des quatre affirmations proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à l'affirmation exacte. Aucune justification n'est demandée.

Un hypermarché vend des baguettes de pain dont la masse, exprimée en gramme, est une variable aléatoire réelle qui suit une loi normale de moyenne 200 g.

La probabilité que la masse d'une baguette soit comprise entre 184 g et 216 g est égale à 0,954.

La probabilité qu'une baguette prise au hasard ait une masse inférieure à 192 g a pour valeur arrondie au centième :

- a. 0,16 b. 0,32 c. 0,84 d. 0,48

D'après Baccalauréat Nouvelle Calédonie 2016

8. La société « Bonne Mamie » utilise une machine pour remplir à la chaîne des pots de confiture. On note X la variable aléatoire qui, à chaque pot de confiture produit, associe la masse de confiture qu'il contient, exprimée en grammes. Dans le cas où la machine est correctement réglée, on admet que X suit une loi normale de moyenne $\mu = 125$ et d'écart-type σ .

- a) 1) Pour tout nombre réel t positif, déterminer une relation entre $P(X \leq 125 - t)$ et $P(X \geq 125 + t)$.
 2) On sait que 2,3 % des pots de confiture contiennent moins de 121 grammes de confiture. En utilisant la relation précédente, déterminer $P(121 \leq X \leq 129)$.
 b) Déterminer une valeur arrondie à l'unité près de σ telle que $P(123 \leq X \leq 127) = 0,68$.

Dans la suite de l'exercice, on suppose que $\sigma = 2$.

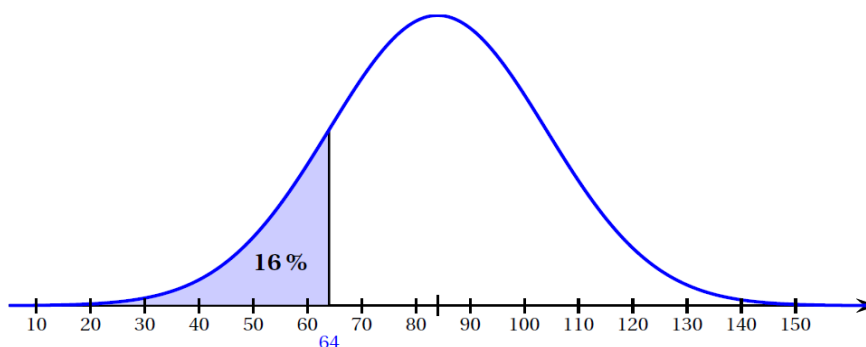
On estime qu'un pot de confiture est conforme lorsque la masse de confiture qu'il contient est comprise entre 120 et 130 grammes.

- c) 1) On choisit au hasard un pot de confiture de la production. Déterminer la probabilité que ce pot soit conforme. On donnera le résultat arrondi à 10^{-4} près.
 2) On choisit au hasard un pot parmi ceux qui ont une masse de confiture inférieure à 130 grammes. Quelle est la probabilité que ce pot ne soit pas conforme ? On donnera le résultat arrondi à 10^{-4} près.

D'après Baccalauréat Nouvelle Calédonie 2016

10. Des études statistiques ont permis de modéliser la durée de vie, en mois, d'un type de lave-vaisselle par une variable aléatoire X suivant une loi normale $\mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$ de moyenne $\mu = 84$ et d'écart-type σ . De plus, on a $P(X \leq 64) = 0,16$.

La représentation graphique de la fonction densité de probabilité de X est donnée ci-dessous :



- a) 1) En exploitant le graphique, déterminer $P(64 \leq X \leq 104)$.
 2) Quelle valeur approchée entière de σ peut-on proposer ?
 b) On note Z la variable aléatoire définie par $Z = \frac{X - 84}{\sigma}$.
 1) Quelle est la loi de probabilité suivie par Z ?
 2) Justifier que $P(X \leq 64) = P(Z \leq \frac{-20}{\sigma})$.
 3) En déduire la valeur de σ , arrondie à 10^{-3} .
 c) Dans cette question, on considère que $\sigma = 20,1$. Les probabilités demandées seront arrondies à 10^{-3} .
 1) Calculer la probabilité que la durée de vie du lave-vaisselle soit comprise entre 2 et 5 ans.
 2) Calculer la probabilité que le lave-vaisselle ait une durée de vie supérieure à 10 ans.

D'après Baccalauréat Pondichéry 2015

11. Une enseigne d'entretien automobile a constaté, au moyen d'une étude statistique, que la durée de fonctionnement (en mois) d'un module mécanique peut être modélisée par une variable aléatoire D qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 50$ et d'écart-type σ .

a) Déterminer l'arrondi à 10^{-4} de σ sachant que le service statistique indique que $P(D > 48) = 0,7977$.

Pour la suite de cet exercice, on prendra $\sigma = 2,4$.

- b) Déterminer la probabilité que la durée de fonctionnement d'un module mécanique soit comprise entre 45 et 52 mois.
- c) Déterminer la probabilité que le module mécanique d'un climatiseur ayant fonctionné depuis 48 mois fonctionne encore au moins 6 mois.

D'après Baccalauréat Amérique du Sud 2016

12. Cet exercice envisage dans la partie A la production de fraises, et dans la partie B leur conditionnement.

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : production de fraises

Le maraîcher produit ses fraises dans deux serres notées A et B ; 55 % des fleurs de fraisier se trouvent dans la serre A, et 45 % dans la serre B. Dans la serre A, la probabilité pour chaque fleur de donner un fruit est égale à 0,88 ; dans la serre B, elle est égale à 0,84.

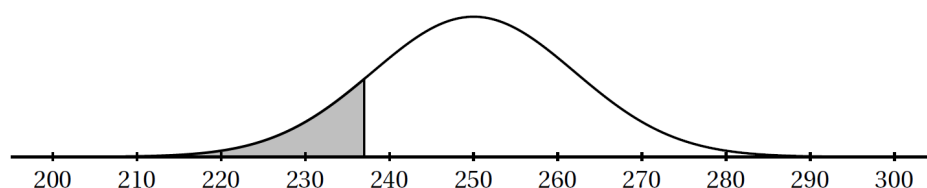
Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Proposition 1 : La probabilité qu'une fleur de fraisier, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit est égale à 0,862.

Proposition 2 : On constate qu'une fleur, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit. La probabilité qu'elle soit située dans la serre A, arrondie au millième, est égale à 0,439.

Partie B : conditionnement des fraises

Les fraises sont conditionnées en barquettes. La masse (exprimée en gramme) d'une barquette peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type σ . La représentation graphique de la fonction densité de la loi de probabilité de la variable aléatoire X est donnée ci-après :



- a) On donne $P(X \leq 237) = 0,14$.
Calculer la probabilité de l'évènement « la masse de la barquette est comprise entre 237 et 263 grammes ».
- b) On note Y la variable aléatoire définie par $Y = \frac{X - 250}{\sigma}$.
- 1) Quelle est la loi de la variable aléatoire Y ?
 - 2) Démontrer que $P(Y \leq \frac{-13}{\sigma}) = 0,14$.
 - 3) En déduire la valeur de σ arrondie à l'entier.
- c) Dans cette question, on admet que σ vaut 12.
On désigne par n et m deux nombres entiers.
- 1) Une barquette est conforme si sa masse, exprimée en gramme, se trouve dans l'intervalle $[250 - n ; 250 + n]$.
Déterminer la plus petite valeur de n pour qu'une barquette soit conforme, avec une probabilité supérieure ou égale à 95 %.

- 2) On considère dans cette question qu'une barquette est conforme si sa masse, exprimée en gramme, se trouve dans l'intervalle $[230 ; m]$.
Déterminer la plus petite valeur de m pour qu'une barquette soit conforme, avec une probabilité supérieure ou égale à 95 %.

D'après Baccalauréat Asie 2016

13. Une entreprise fabrique des tablettes de chocolat de 100 grammes. Le service de contrôle qualité effectue plusieurs types de contrôle.

Partie A : Contrôle avant la mise sur le marché

Une tablette de chocolat doit peser 100 grammes avec une tolérance de deux grammes en plus ou en moins. Elle est donc mise sur le marché si sa masse est comprise entre 98 et 102 grammes.

La masse (exprimée en grammes) d'une tablette de chocolat peut être modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance $\mu = 100$ et d'écart-type $\sigma = 1$.

Le réglage des machines de la chaîne de fabrication permet de modifier la valeur de σ .

- Calculer la probabilité de l'évènement M : « la tablette est mise sur le marché ».
- On souhaite modifier le réglage des machines pour que la probabilité de cet évènement atteigne 0,97. Déterminer la valeur de σ pour que la probabilité de l'évènement « la tablette est mise sur le marché » soit égale à 0,97.

Partie B Contrôle à la réception

Le service contrôle la qualité des fèves de cacao livrées par les producteurs. Un des critères de qualité est le taux d'humidité qui doit être de 7 %. On dit alors que la fève est conforme.

L'entreprise a trois fournisseurs différents : le premier fournisseur procure la moitié du stock de fèves, le deuxième 30 % et le dernier apporte 20 % du stock.

Pour le premier, 98 % de sa production respecte le taux d'humidité ; pour le deuxième, qui est un peu moins cher, 90 % de sa production est conforme, et le troisième fournit 20 % de fèves non conformes.

On choisit au hasard une fève dans le stock reçu.

On note F_i l'évènement « la fève provient du fournisseur i », pour i prenant les valeurs 1, 2 ou 3, et C l'évènement « la fève est conforme ».

- Déterminer la probabilité que la fève provienne du fournisseur 1, sachant qu'elle est conforme. Le résultat sera arrondi à 10^{-2} .
- Le troisième fournisseur ayant la plus forte proportion de fèves non conformes, l'entreprise décide de ne conserver que les fournisseurs 1 et 2. De plus, elle souhaite que 92 % de fèves qu'elle achète soient conformes. Quelle proportion p de fèves doit-elle acheter au fournisseur 1 pour atteindre cet objectif ?

D'après Baccalauréat Amérique du Nord 2015

14. Une entreprise fabrique des billes en bois sphériques grâce à deux machines de production A et B. L'entreprise considère qu'une bille peut être vendue uniquement lorsque son diamètre est compris entre 0,9 cm et 1,1 cm.

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Une étude du fonctionnement des machines a permis d'établir les résultats suivants :

- 96 % de la production journalière est vendable.
- La machine A fournit 60 % de la production journalière.
- La proportion de billes vendables parmi la production de la machine A est 98 %.

On choisit une bille au hasard dans la production d'un jour donné. On définit les évènements suivants :

- A : « la bille a été fabriquée par la machine A » ;
- B : « la bille a été fabriquée par la machine B » ;
- V : « la bille est vendable ».

- Déterminer la probabilité que la bille choisie soit vendable et provienne de la machine A.

- b) Justifier que $P(B \cap V) = 0,372$ et en déduire la probabilité que la bille choisie soit vendable sachant qu'elle provient de la machine B.
- c) Un technicien affirme que 70 % des billes non vendables proviennent de la machine B. A-t-il raison ?

Partie B

Dans cette partie, on s'intéresse au diamètre, exprimé en cm, des billes produites par les machines A et B.

- a) Une étude statistique conduit à modéliser le diamètre d'une bille prélevée au hasard dans la production de la machine B par une variable aléatoire X_B qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 1$ et d'écart-type $\sigma = 0,055$.
Vérifier que la probabilité qu'une bille produite par la machine B soit vendable est bien celle trouvée dans la partie A, au centième près.
- b) De la même façon, le diamètre d'une bille prélevée au hasard dans la production de la machine A est modélisé à l'aide d'une variable aléatoire X_A qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 1$ et d'écart-type σ' étant un réel strictement positif.
Sachant que $P(0,9 \leq X_A \leq 1,1) = 0,98$, déterminer une valeur approchée au millièm de σ' .

D'après Baccalauréat Amérique du Nord 2016

15. Les trois parties sont indépendantes. Les résultats des probabilités seront arrondis à 10^{-3} près.

Partie 1

On estime qu'en 2013 la population mondiale est composée de 4,6 milliards de personnes âgées de 20 à 79 ans et que 46,1 % des personnes âgées de 20 à 79 ans vivent en zone rurale et 53,9 % en zone urbaine.

En 2013, d'après la fédération internationale du diabète, 9,9 % de la population mondiale âgée de 20 à 79 ans vivant en zone urbaine est atteinte de diabète et 6,4 % de la population mondiale âgée de 20 à 79 ans vivant en zone rurale est atteinte de diabète.

On interroge au hasard une personne âgée de 20 à 79 ans. On note :

R l'évènement : « la personne choisie habite en zone rurale »,

D l'évènement : « la personne choisie est atteinte de diabète ».

- a) Traduire cette situation à l'aide d'un arbre de probabilité.
- b) 1) Calculer la probabilité que la personne interrogée soit diabétique.
2) La personne choisie est diabétique. Quelle est la probabilité qu'elle habite en zone rurale ?

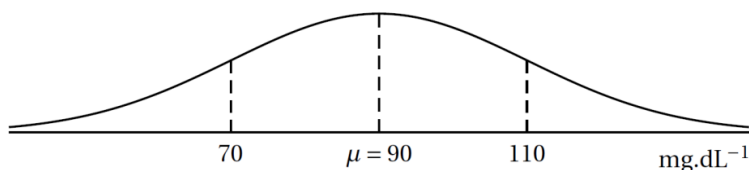
Partie 2

Une personne est dite en hypoglycémie si sa glycémie à jeun est inférieure à 60 mg.dL^{-1} et elle est en hyperglycémie si sa glycémie à jeun est supérieure à 110 mg.dL^{-1} . La glycémie à jeun est considérée comme « normale » si elle est comprise entre 70 mg.dL^{-1} et 110 mg.dL^{-1} . Les personnes ayant un taux de glycémie compris entre 60 et 70 mg.dL^{-1} ne font pas l'objet d'un suivi particulier.

On choisit au hasard un adulte dans cette population. Une étude a permis d'établir que la probabilité qu'il soit en hyperglycémie est $0,052$ à 10^{-3} près. Dans la suite, on admettra que cette probabilité est égale à $0,052$.

On modélise la glycémie à jeun, exprimée en mg.dL^{-1} , d'un adulte d'une population donnée, par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ .

On donne ci-dessous la représentation graphique de la densité de probabilité de la variable aléatoire X .



- a) Quelle est la probabilité que la personne choisie ait une glycémie à jeun « normale » ?
- b) Déterminer la valeur de σ arrondie au dixième.
- c) Dans cette question, on prend $\sigma = 12$.
Calculer la probabilité que la personne choisie soit en hypoglycémie.

D'après Baccalauréat Métropole Septembre 2016