Correction de T^{ale} S - PROBABILITÉS - Fiche 5

1. Je repère la **population** : ce sont tous les utilisateurs de la crème.
Je repère la **caractéristique** : c'est d'être satisfait de la crème.

On a un échantillon de taille $n = 140$. → Je présente l'échantillon et sa taille.

Dans cet échantillon, la fréquence des satisfaits est $f_c = \dfrac{99}{140} \approx 0{,}707$. → Je calcule la fréquence de confiance.

On a $\begin{cases} n \geqslant 25 \\ 0{,}2 \leqslant f_c \leqslant 0{,}8 . \end{cases}$ → Je vérifie les conditions.

Donc, on peut utiliser un intervalle de confiance au niveau de confiance 0,95.

Les bornes sont :

$$f_c - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}707 - \frac{1}{\sqrt{140}} \approx 0{,}622 \quad \text{arrondie par défaut}$$

$$f_c + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}707 + \frac{1}{\sqrt{140}} \approx 0{,}792 \quad \text{arrondie par excès}$$

Donc, la proportion de personnes satisfaites parmi les utilisateurs de la crème est dans l'intervalle $[\ 0{,}622 \ ;\ 0{,}792\ ]$, au niveau de confiance 0,95.

On peut répondre par un encadrement :
Donc, la proportion de personnes satisfaites parmi les utilisateurs de la crème est entre 0,622 et 0,792 , au niveau de confiance 0,95.

On peut répondre en pourcentages :
Donc, la proportion de personnes satisfaites parmi les utilisateurs de la crème est entre 62,2 % et 79,2 % , au niveau de confiance 95 %.

---

2. Je repère la **population** : ce sont tous les cadenas en stock.
Je repère la **caractéristique** : c'est d'être défectueux.

On a un échantillon de taille $n = 500$.

Dans cet échantillon, la fréquence des cadenas défectueux est $f_c = \dfrac{39}{500} = 0{,}078$.

La fréquence est trop petite pour utiliser la condition $0{,}2 \leqslant p \leqslant 0{,}8$.

On a $\begin{cases} n \geqslant 30 \\ n f_c = 500 \times 0{,}078 = 39 \geqslant 5 \\ n(1 - f_c) = 500 \times 0{,}922 = 461 \geqslant 5 . \end{cases}$

Donc, on peut utiliser un intervalle de confiance au seuil de confiance 95 %.

Les bornes sont :

$$f_c - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}078 - \frac{1}{\sqrt{500}} \approx 0{,}033 \quad \text{arrondie par défaut}$$

$$f_c + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}078 + \frac{1}{\sqrt{500}} \approx 0{,}123 \quad \text{arrondie par excès}$$

Donc, un intervalle de confiance de cette proportion au niveau de confiance 95 % est $[\ 0{,}033 \ ;\ 0{,}123\ ]$.

---

3. Je repère la **population** : ce sont tous les Français âgés de 20 à 79 ans.
Je repère la **caractéristique** : c'est d'être diagnostiqué diabétique.

a) On a un échantillon de taille $n = 10\,000$.

Dans cet échantillon, la fréquence des diagnostiqués diabétiques est $f_c = \dfrac{716}{10\,000} = 0{,}0716$.

La fréquence est trop petite pour utiliser la condition $0{,}2 \leqslant p \leqslant 0{,}8$.

On a $\begin{cases} n \geqslant 30 \\ n f_c = 10\,000 \times 0{,}01716 = 716 \geqslant 5 \\ n(1 - f_c) = 10\,000 \times 0{,}9284 = 9\,284 \geqslant 5 . \end{cases}$

Donc, on peut utiliser un intervalle de confiance au seuil de confiance 95 %.

Les bornes sont :

$$f_c - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}0716 - \frac{1}{\sqrt{10\,000}} = 0{,}0616$$

$$f_c + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}0716 - \frac{1}{\sqrt{10\,000}} = 0{,}0816$$

Donc, la proportion de personnes diagnostiquées diabétiques dans la population française âgée de 20 à 79 ans est entre 6,16 % et 8,16 % , au niveau de confiance 95 %.

b) Pour un échantillon de taille n, l'amplitude de l'intervalle de confiance est $\dfrac{2}{\sqrt{n}}$.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{n}} \leqslant 0{,}01 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{1}{\sqrt{n}} \leqslant \frac{0{,}01}{2} \\ \Leftrightarrow\ & \sqrt{n} \geqslant 200 \quad \text{car la fonction inverse est décroissante} \\ \Leftrightarrow\ & n \geqslant 40\,000 \end{aligned}$$

Il faut donc interroger au minimum 40 000 personnes.

4.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{n}} \leqslant 0{,}05 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{1}{\sqrt{n}} \leqslant \frac{0{,}05}{2} \\ \Leftrightarrow\ & \sqrt{n} \geqslant 40 \quad \text{car la fonction inverse est décroissante} \\ \Leftrightarrow\ & n \geqslant 1\,600 \end{aligned}$$

Réponse **c.**

---

5. Je repère la **population** : ce sont tous les électeurs.

Je repère la **caractéristique** : c'est de voter pour le candidat A.

On a un échantillon de taille $n = 1\,200$.

Dans cet échantillon, la fréquence des électeurs qui voteraient pour A est $f_c = 0{,}529$.

On a $\begin{cases} n \geqslant 25 \\ 0{,}2 \leqslant f_c \leqslant 0{,}8 \end{cases}$.

Donc, on peut utiliser un intervalle de confiance au seuil de confiance 95 %.

Les bornes sont :

$$f_c - \frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}529 - \frac{1}{\sqrt{1\,200}} \approx 0{,}5001 \quad \text{arrondie par défaut}$$

$$f_c + \frac{1}{\sqrt{n}} = 0{,}529 + \frac{1}{\sqrt{1\,200}} \approx 0{,}5579 \quad \text{arrondie par excès}$$

Donc, la proportion de électeurs qui voteraient pour A est entre 50,01 % et 55,79 % , au niveau de confiance 95 %.
Donc, le candidat aurait un pourcentage de voix minimum supérieur à 50 %, il peut donc croire en la victoire.