

Correction de T^{ale} S - PROBABILITÉS - Fiche 3

1. 1.1. À la calculatrice, on obtient : $P(X < 600) \approx 0,106$, arrondi à 10^{-3}

→ Rien à rédiger...

Avec la TI 83 Premium CE

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP
DISTR DESSIN
1:normalFdp(
2:normalFRép(
3:FracNormale(
4:invT(
5:studentFdp(
6:studentFRép(
```

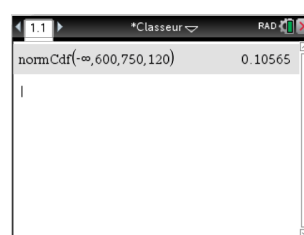
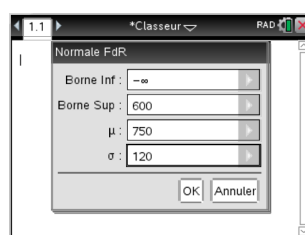
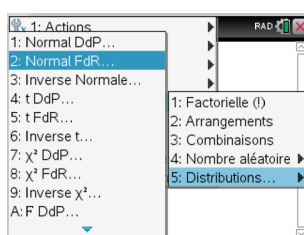
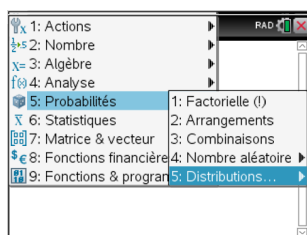
```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP
normalFRép
borninf:-1E99
bornsup:600
μ:750
σ:120
Coller
```

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP
normalFRép(-1E99,600,750,120)
.105649839
```

Remarque : $-1E99$ signifie -1×10^{99} et joue le rôle de $-\infty$ comme borne inférieure.

Pour calculer $P(X \geq 600)$, on aurait utilisé $+\infty$ comme borne supérieure avec $1E99$.

Avec la TI nSpire



Remarque : Attention, pour calculer $P(X \geq 600)$, il faut entrer ∞ (sans le +) comme borne supérieure (on le trouve avec la touche π).

- 1.2. À la calculatrice, on obtient : $P(20 \leq Y \leq 25) \approx 0,441$, arrondi à 10^{-3}

- 1.3. À la calculatrice, on obtient que la probabilité qu'un paquet de pâtes pèse plus de 510 grammes vaut environ 0,048, arrondie à 10^{-3} .

- 1.4. L'intervalle $[9; 15]$ est centré en $\mu = 12$, donc par symétrie :

$$P(12 \leq X \leq 15) = \frac{0,7}{2} = 0,35$$

$$P(X \leq 9) = \frac{1-0,7}{2} = 0,15$$

$$P(X \geq 15) = \frac{1-0,7}{2} = 0,15$$

$$P(X \leq 15) = 0,7 + \frac{1-0,7}{2} = 0,85 \quad (\text{ou aussi } 1 - 0,15 = 0,85)$$

$$P(X \geq 9) = 0,7 + \frac{1-0,7}{2} = 0,85 \quad (\text{ou aussi } 1 - 0,15 = 0,85)$$

- 1.5. $P(46 \leq T \leq 58) = P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,954$, d'après le cours.

- 1.6. $P(111,5 \leq X \leq 128,5) = P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,683$, d'après le cours.

- 1.7. On a repéré le 68 % ! C'est une probabilité remarquable...

D'après le cours : $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 68\%$.

$$\mu - \sigma = 1,8 - 0,2 = 1,6$$

$$\mu + \sigma = 1,8 + 0,2 = 2,0$$

Donc, il doit sélectionner les poulets dont le poids est entre 1,6 kg et 2 kg.

- 1.8. 0,75 n'est pas une probabilité remarquable... On est obligé d'utiliser la loi normale inverse.

À la calculatrice, on obtient : $P(X \leq 220,9...) = 0,75$.

Donc, $m \approx 221$, arrondi à l'unité.

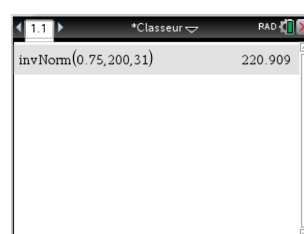
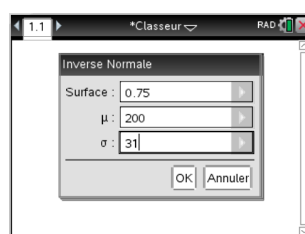
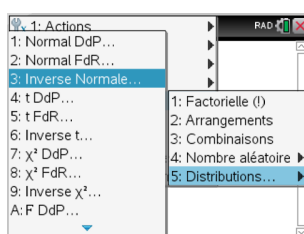
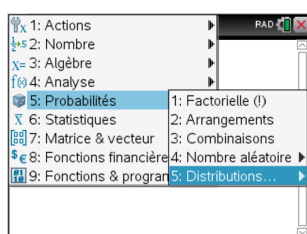
Avec la TI 83 Premium CE

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP
DISTR DESSIN
1:normalFdp(
2:normalFRép(
3:FracNormale(
4:invT(
5:studentFdp(
6:studentFRép(
```

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
invNormale
aire:0.75
μ:200
σ:31
Zone: GRAUCH CTR DROIT
Coller
```

```
NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
invNormale(0.75,200,31,GR)
220.9091822
```

Avec la TI nSpire



- 1.9. 0,6 n'est pas une probabilité remarquable... On est obligé d'utiliser la loi normale inverse.

Méthode 1 : Avec les calculatrices qui ne savent calculer une borne que dans la condition $P(X \leq \text{borne})$.

L'événement est une comparaison dans le mauvais sens !

$$P(Y \geq n) = 0,7$$

$$\Leftrightarrow P(Y \leq n) = 1 - 0,7$$

$$\Leftrightarrow P(Y \leq n) = 0,3$$

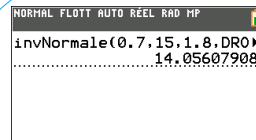
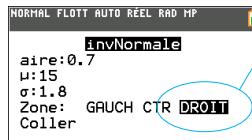
→ Je transforme $P(Y \geq \text{borne})$ en $P(Y \leq \text{borne})$.

À la calculatrice, on obtient : $P(Y \leq 14,056...) = 0,3$.

Donc, $n \approx 14,06$, arrondi à 10^{-2} .

Méthode 2 : Avec les calculatrices qui savent calculer une borne dans la condition $P(X \geq \text{borne})$.

Avec la TI 83 Premium CE



À la calculatrice, on obtient : $P(Y \geq 14,056...) = 0,7$.

Donc, $n \approx 14,06$, arrondi à 10^{-2} .

- 1.10. Là encore, 0,4 n'est pas une probabilité remarquable...

Méthode 1 : Avec les calculatrices qui ne savent calculer une borne que dans la condition $P(X \leq \text{borne})$.

L'événement est de la forme $(\text{borne} \leq T \leq \text{borne})$ au lieu d'être de la forme $(T \leq \text{borne})$.

$$P(810 - \alpha \leq T \leq 810 + \alpha) = 0,45$$

donc, par symétrie : $P(T \leq 810 - \alpha) = \frac{1 - 0,45}{2} = 0,275$ → Comme dans l'exercice 1.4., je me ramène à la forme $P(T \leq \text{borne})$.

À la calculatrice, on obtient : $P(T \leq 777,72...) = 0,275$.

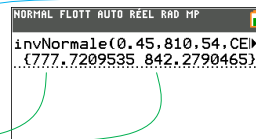
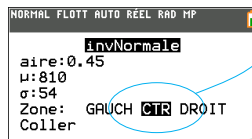
Donc, $810 - \alpha \approx 777,7$

et donc $\alpha \approx 32,3$, arrondi au dixième.

Remarque : On peut aussi utiliser $P(T \leq 810 + \alpha) = 0,45 + \frac{1 - 0,45}{2} = 0,725$ et on obtient $810 + \alpha \approx 842,3$ et donc $\alpha \approx 32,3$.

Méthode 2 : Avec les calculatrices qui savent calculer une borne dans la condition $P(\text{borne} \leq X \leq \text{borne})$

Avec la TI 83 Premium CE



À la calculatrice, on obtient : $P(777,72... \leq T \leq 842,27...) = 0,45$.

Donc, $810 - \alpha \approx 777,7$

et donc $\alpha \approx 32,3$, arrondi au dixième.

Remarque : On peut aussi utiliser $810 + \alpha \approx 842,3$ et donc $\alpha \approx 32,3$.

Remarque : Attention, les deux méthodes ne fonctionnent qu'avec un intervalle centré en μ .

- 1.11. On reconnaît que 0,954 est une probabilité remarquable...

L'événement $(170 \leq S \leq 230)$ peut s'écrire $(200 - 2 \times 15 \leq S \leq 200 + 2 \times 15)$.

Or, d'après le cours, $0,954 \approx P(\mu - 2\sigma \leq S \leq \mu + 2\sigma)$.

On en déduit par identification que 15 est une bonne approximation de σ .

- 1.12. ♦ $P(Y \leq 7,1) = P(8 - 0,9 \leq Y)$

Or, par symétrie, $P(8 - 0,9 \leq Y) = P(Y \geq 8 + 0,9)$

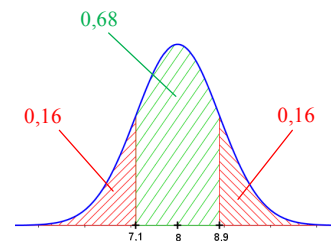
donc $P(Y \geq 8,9) \approx 0,16$.

$$\begin{aligned} \bullet P(7,1 \leq Y \leq 8,9) &= 1 - P(Y \leq 7,1) - P(Y \geq 8,9) \\ &= 1 - 0,16 - 0,16 \\ &= 0,68 \end{aligned}$$

L'événement $(7,1 \leq Y \leq 8,9)$ peut s'écrire $(8 - 0,9 \leq Y \leq 8 + 0,9)$.

Or, d'après le cours, $0,68 \approx P(\mu - \sigma \leq Y \leq \mu + \sigma)$.

On en déduit par identification que 0,9 est une bonne approximation de σ .



Retenez bien ce 0,16 !
C'est un ticket vers 0,68 ...

1.13. Attention, voilà votre premier calcul d'écart type !

Retenez bien toute la méthode...

a) Z suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$.b) $X \leq 47$

$$\Leftrightarrow X - 45 \leq 47 - 45$$

$$\Leftrightarrow \frac{X-45}{\sigma} \leq \frac{2}{\sigma} \text{ car } \sigma > 0$$

→ Pas de changement d'ordre... il faut le justifier.

$$\text{Donc } P(X \leq 47) = P\left(Z \leq \frac{2}{\sigma}\right).$$

→ Deux événements équivalents ont la même probabilité.

c) $P(X \leq 47) = 0,77$

$$\text{donc } P\left(Z \leq \left(\frac{2}{\sigma}\right)\right) = 0,77$$

Arrivés ici, vous devez comprendre ce qu'il se passe.

On a transformé la donnée « $P(X \leq 47) = 0,77$ » en « un calcul de borne x connaissant la moyenne, l'écart type et $P(Z \leq x)$ ».

Comme dans le 1.8.

En effet, on connaît la moyenne 0 et l'écart type 1 car Z suit $\mathcal{N}(0;1)$.Et comme le rôle de x est tenu par $\frac{2}{\sigma}$, lorsque nous aurons la valeur de la borne, nous aurons aussi celle de σ !

$$\text{À la calculatrice, on obtient : } P\left(Z \leq \left(0,738\dots\right)\right) = 0,77.$$

→ On trouve la borne $\frac{2}{\sigma}$ avec la loi normale inverse, comme dans le 1.8.

$$\text{Donc, } \frac{2}{\sigma} = 0,738\dots$$

→ Il est conseillé de garder la valeur la plus précise possible.

$$\text{et donc } \sigma = \frac{2}{0,738\dots} \approx 2,7, \text{ arrondi à } 10^{-1}.$$

→ Le produit en croix donne $\sigma \times 0,739\dots = 2$

puis on divise par la valeur la plus précise possible.

Après tous ces efforts, vous pouvez vérifier qu'avec cet écart type, on trouve bien $P(X \leq 47) \approx 0,77$.1.14. ♦ $X \leq 189$

$$\Leftrightarrow X - 190 \leq 189 - 190$$

$$\Leftrightarrow \frac{X-190}{\sigma} \leq \frac{-1}{\sigma} \text{ car } \sigma > 0$$

$$\text{Donc } P(X \leq 189) = P\left(\frac{X-190}{\sigma} \leq \frac{-1}{\sigma}\right).$$

♦ $P(X \leq 189) = 0,42$

$$\text{donc } P\left(\frac{X-190}{\sigma} \leq \left(\frac{-1}{\sigma}\right)\right) = 0,42.$$

$$\text{Or, } \frac{Y-620}{\sigma} \text{ suit la loi normale centrée réduite } \mathcal{N}(0;1).$$

→ N'oubliez pas de la citer : c'est parce qu'on lui connaît sa moyenne et son écart type qu'on va pouvoir utiliser la loi normale inverse...

$$\text{Donc, à la calculatrice, on obtient : } P\left(\frac{X-190}{\sigma} \leq \left(-0,2018\dots\right)\right) = 0,42.$$

→ Attention à ne pas oublier le - !

$$\text{Donc, } \frac{-1}{\sigma} = -0,2018\dots$$

$$\text{et donc } \sigma = \frac{-1}{-0,2018\dots} \approx 5,0, \text{ arrondi au dixième.}$$

1.15. Méthode 1 : Avec les calculatrices qui ne savent calculer une borne que dans la condition $P(X \leq \text{borne})$.♦ Je ne peux pas travailler avec une probabilité du type $P(Y \geq \dots)$ donc, je commence par trouver la probabilité $P(Y \leq 600)$ et c'est avec elle que je ferai l'exercice.

$$P(Y \geq 600) = 0,8$$

$$\text{donc } P(Y \leq 600) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

♦ $Y \leq 600$

$$\Leftrightarrow Y - 620 \leq 600 - 620$$

$$\Leftrightarrow \frac{Y-620}{\sigma} \leq \frac{-20}{\sigma} \text{ car } \sigma > 0$$

$$\text{Donc } P(Y \leq 600) = P\left(\frac{Y-620}{\sigma} \leq \frac{-20}{\sigma}\right).$$

♦ $P(Y \leq 600) = 0,2$

$$\text{donc } P\left(\frac{Y-620}{\sigma} \leq \left(\frac{-20}{\sigma}\right)\right) = 0,2.$$

$$\text{Or, } \frac{Y-620}{\sigma} \text{ suit la loi normale centrée réduite } \mathcal{N}(0;1).$$

$$\text{Donc, à la calculatrice, on obtient : } P\left(\frac{Y-620}{\sigma} \leq \left(-0,8416\dots\right)\right) = 0,2.$$

→ Toujours avec la loi normale inverse... Attention au signe - !

$$\text{Donc, } \frac{-20}{\sigma} = -0,8416\dots$$

$$\text{et donc } \sigma = \frac{-20}{-0,8416\dots} \approx 24, \text{ arrondi à l'unité.}$$

Méthode 2 : Avec les calculatrices qui savent calculer une borne **dans la condition** $P(X \geq \text{borne})$

- $Y \geq 600$
 $\Leftrightarrow Y - 620 \geq 600 - 620$
 $\Leftrightarrow \frac{Y - 620}{\sigma} \geq \frac{-20}{\sigma}$ car $\sigma > 0$
Donc $P(Y \geq 600) = P\left(\frac{Y - 620}{\sigma} \geq \frac{-20}{\sigma}\right)$.
- $P(Y \geq 600) = 0,8$
donc $P\left(\frac{Y - 620}{\sigma} \geq \frac{-20}{\sigma}\right) = 0,8$.
Or, $\frac{Y - 620}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$.
Donc, à la calculatrice, on obtient : $P\left(\frac{Y - 620}{\sigma} \geq -0,8416\dots\right) = 0,8$. $\rightarrow$ Toujours avec la loi normale inverse... Attention au signe - !
Donc, $\frac{-20}{\sigma} = -0,8416\dots$
et donc $\sigma = \frac{-20}{-0,8416\dots} \approx 24$, arrondi à l'unité.

1.16. Méthode 1 : Avec les calculatrices qui ne savent calculer une borne **que dans la condition** $P(X \leq \text{borne})$

- Je ne peux pas travailler avec une probabilité du type $P(\dots \leq T \leq \dots)$, je dois me ramener à la forme $P(T \leq \dots)$.
 $P(5 \leq T \leq 6) = 0,525$
donc, par symétrie autour de la moyenne $\mu = 5,5$, $P(T \leq 5) = \frac{1 - 0,525}{2} = 0,2375$.
Remarque : On pourrait travailler avec $P(T \leq 6) = 0,2375 + 0,525 = 0,7625$ qui évite une valeur négative dans la suite.
- $T \leq 5$
 $\Leftrightarrow T - 5,5 \leq 5 - 5,5$
 $\Leftrightarrow \frac{T - 5,5}{\sigma} \leq \frac{-0,5}{\sigma}$ car $\sigma > 0$
Donc $P(T \leq 5) = P\left(\frac{T - 5,5}{\sigma} \leq \frac{-0,5}{\sigma}\right)$.
- $P(T \leq 5) = 0,2375$
donc $P\left(\frac{T - 5,5}{\sigma} \leq \frac{-0,5}{\sigma}\right) = 0,2375$.
Or, $\frac{T - 5,5}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$.
Donc, à la calculatrice, on obtient : $P\left(\frac{T - 5,5}{\sigma} \leq -0,7143\dots\right) = 0,2375$.
Donc, $\frac{-0,5}{\sigma} = -0,7143\dots$
et donc $\sigma = \frac{-0,5}{-0,7143\dots} \approx 0,7$, arrondi au dixième.

Méthode 2 : Avec les calculatrices qui savent calculer une borne **dans la condition** $P(\text{borne} \leq X \leq \text{borne})$

- Je ne peux pas travailler avec une probabilité du type $P(\dots \leq T \leq \dots)$, je dois me ramener à la forme $P(T \leq \dots)$.
 $P(5 \leq T \leq 6) = 0,525$
donc, par symétrie autour de la moyenne $\mu = 5,5$, $P(T \leq 5) = \frac{1 - 0,525}{2} = 0,2375$.
Remarque : On pourrait travailler avec $P(T \leq 6) = 0,2375 + 0,525 = 0,7625$ qui évite une valeur négative dans la suite.
- $T \leq 5$
 $\Leftrightarrow T - 5,5 \leq 5 - 5,5$
 $\Leftrightarrow \frac{T - 5,5}{\sigma} \leq \frac{-0,5}{\sigma}$ car $\sigma > 0$
Donc $P(T \leq 5) = P\left(\frac{T - 5,5}{\sigma} \leq \frac{-0,5}{\sigma}\right)$.
- $P(T \leq 5) = 0,2375$
donc $P\left(\frac{T - 5,5}{\sigma} \leq \frac{-0,5}{\sigma}\right) = 0,2375$.
Or, $\frac{T - 5,5}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$.
Donc, à la calculatrice, on obtient : $P\left(\frac{T - 5,5}{\sigma} \leq -0,7143\dots\right) = 0,2375$.
Donc, $\frac{-0,5}{\sigma} = -0,7143\dots$
et donc $\sigma = \frac{-0,5}{-0,7143\dots} \approx 0,7$, arrondi au dixième.

2. 2.1. C'est un simple calcul de probabilité, je connais la moyenne et l'écart type, je sors ma calculatrice.

Si on note X la variable aléatoire qui donne la masse de la baguette, on obtient à la calculatrice : $P(X > 187) = 0,903... > 0,9$.

Donc, l'affirmation est vraie.

- 2.2. Oie, la situation n'est pas du tout la même ! Il nous manque l'écart type...

1^{ère} méthode : on cherche σ en se ramenant à $\mathcal{N}(0;1)$

Il faut d'abord transformer $P(\dots \leq X \leq \dots)$ en $P(X \leq \dots)$:

$$\begin{cases} P(20 \leq X \leq 21,6) = 0,34 \\ P(X \leq 20) = 0,5 \end{cases} \quad \text{donc } P(X \leq 21,6) = 0,34 + 0,5 = 0,84$$

On continue comme dans l'exercice 1.13. .

2^{ème} méthode : on repère que 0,34 est la moitié du bien connu 0,68

♦ $P(20 \leq X \leq 21,6) = 0,34$

Donc, par symétrie, $P(18,4 \leq X \leq 21,6) = 2 \times 0,34 = 0,68$.

L'évènement $(18,4 \leq X \leq 21,6)$ peut s'écrire $(20 - 1,6 \leq X \leq 20 + 1,6)$.

Or, d'après le cours, $0,68 \approx P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$.

On en déduit par identification que 1,6 est une bonne approximation de σ .

♦ On obtient alors à la calculatrice : $P(X \geq 23,2) \approx 0,023$.

Donc, l'affirmation est fausse.

Remarque : Après avoir trouvé 1,6 comme écart type, on pouvait voir que 23,2 est $20 + 2 \times 1,6$!

♦ Or, d'après le cours, $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0,954$.

Et donc $P(16,8 \leq X \leq 23,2) \approx 0,954$.

Par symétrie, on a : $P(X \geq 23,2) \approx 1 - (0,954 + \frac{1-0,954}{2}) = 0,023$.

Donc, l'affirmation est fausse.

→ Oui, d'accord, c'est plus long mais c'est joli...

3. a) À la calculatrice, on obtient : $P(20 \leq Y \leq 21) \approx 0,836$, arrondi à 10^{-3}

- b) À la calculatrice, on obtient :

$$\begin{cases} P(Y < 11) \approx 0,0052, \text{ arrondi à } 10^{-4} \\ P(Y > 21) \approx 0,0052, \text{ arrondi à } 10^{-4} \end{cases}$$

donc $P((Y < 11) \cup (Y > 21)) \approx 2 \times 0,0052 \approx 0,010$, arrondi à 10^{-3}

Autre méthode :

$$P((Y < 11) \cup (Y > 21)) = 1 - P(11 \leq Y \leq 21)$$

$$\approx 1 - 0,990 = 0,010, \text{ arrondi à } 10^{-3}$$

4. a) Vraiment très simple, attention quand même à bien rédiger en cm...

À la calculatrice, on obtient : $P(153 \leq X_1 \leq 177) \approx 0,95$, arrondi à 10^{-2}

Autre méthode :

$$P(153 \leq T \leq 177) = P(\mu_1 - 2\sigma_1 \leq X \leq \mu_1 + 2\sigma_1) \approx 0,95, \text{ d'après le cours.}$$

- b) À la calculatrice, on obtient : $P(X_2 > 170) \approx 0,68$, arrondi à 10^{-2}

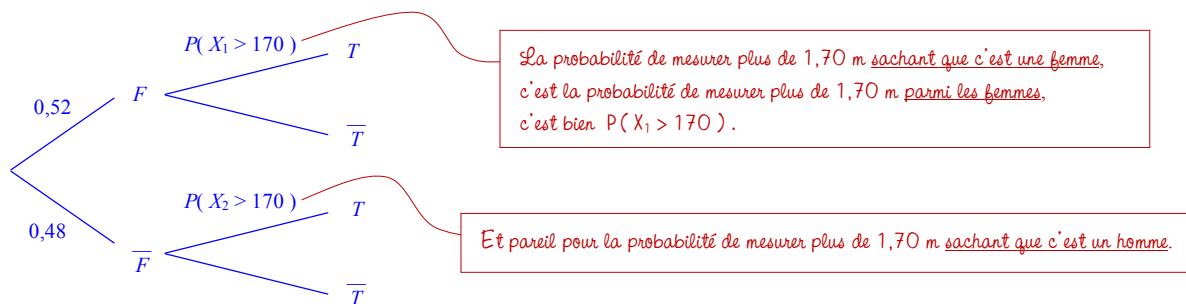
- c) On repère la probabilité conditionnelle, où on mélange des évènements sur les tailles et des évènements sur le genre.

Notons les évènements T : « la personne mesure plus de 1,70 m » et F : « la personne est une femme ».

On demande la probabilité $P_T(F) = \frac{P(T \cap F)}{P(T)}$.

Mais on a $P(F)$ au lieu de $P(T)$...

Hum, il vaut mieux faire un arbre pour y voir plus clair...



F et $\overline{F}$ forment une partition, donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(F \cap T) + P(\overline{F} \cap T) \\ &= P(F) \times P(X_1 > 170) + P(\overline{F}) \times P(X_2 > 170) \\ &\approx 0,52 \times 0,202 + 0,48 \times 0,68 \text{ d'après la calculatrice et la question b)} \\ &= 0,43144 \end{aligned}$$

$$\text{On en déduit : } P_T(F) = \frac{P(T \cap F)}{P(T)} = \frac{0,52 \times 0,202}{0,43144} \approx 0,24.$$

5. a) À la calculatrice, on obtient : $P(15 \leq T \leq 20) \approx 0,9460$, arrondi à 10^{-4}

b) Ça ressemble à une probabilité conditionnelle... mais ce n'en est pas une !

S'il part à 07:40 et qu'il arrive en retard, cela signifie qu'il est arrivé à plus de 08:00 et que son trajet a duré plus de 20 minutes.

À la calculatrice, on obtient : $P(T \geq 20) \approx 0,0062$, arrondi à 10^{-7}

c) On demande un temps, donc une borne : on doit utiliser la **loi normale inverse**.

Et bien traduire l'événement « Il arrive à l'heure (donc avant 08:00) » par une durée de parcours...

À la calculatrice, on obtient : $P(T \leq 19) \approx 0,9$.

Donc, 0,9 est la probabilité qu'il mette moins de 19 minutes pour se rendre au lycée, durée arrondie à la minute près.

C'est à 07:41 que les événements « Il arrive à l'heure » et « Il met moins de 19 minutes » sont équivalents.

Donc, en partant à 07:41, la probabilité qu'il arrive à l'heure est de 0,9.

6. a) À la calculatrice, on obtient : $P(725 \leq X \leq 775) \approx 0,683$, arrondi à 10^{-3}

b) Il faut être capable de traduire l'événement « être en rupture de stock » sous la forme $(X \dots)$:

Si le nombre de cadenas en stock est n , être en rupture de stock signifie que le nombre de cadenas vendus est supérieur à n .

Cherchons n tel que $P(X > n) \leq 0,05$.

$$P(X > n) \leq 0,05$$

$$\Leftrightarrow 1 - P(X \leq n) \leq 0,05$$

$$\Leftrightarrow P(X \leq n) \geq 0,95$$

→ Pour les calculatrices qui ne savent calculer une borne **que dans la condition** $P(X \leq \text{borne}) \dots$

→ ... on trouve la probabilité de l'événement dans le bon sens.

À la calculatrice, on obtient : $P(X \leq 791,12 \dots) = 0,95$.

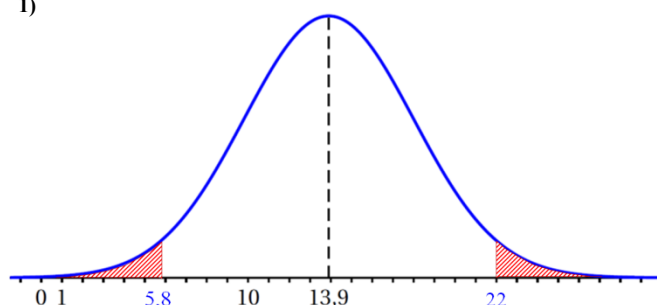
→ Avec les autres calculatrices, on trouve directement $P(X \geq 791,12 \dots) = 0,05$.

Donc, il faut que le stock contienne au moins 792 cadenas.

Attention à ne pas arrondir au plus proche... On veut dépasser 0,95.

Or $P(X \leq 791) \approx 0,949 \dots$

7. a) 1)



L'écart entre la moyenne 13,9 et 22 est 8,1.

Par symétrie, on place 5,8 également à 8,1 de 13,9.

- 2) ♦ On ne peut pas calculer cette probabilité à la calculatrice car il nous manque σ .
- Par symétrie, $P(T \leq 5,8) = 0,023$.
- Donc, par complémentaire : $P(5,8 \leq T \leq 22) = 1 - 2 \times 0,023 = 0,954$. → On voit tout de suite que c'est une probabilité remarquable !
- ♦ L'évènement $(5,8 \leq T \leq 22)$ peut s'écrire $(13,9 - 2 \times 4,05 \leq T \leq 13,9 + 2 \times 4,05)$.
- Or, d'après le cours, $0,954 \approx P(\mu - 2\sigma \leq S \leq \mu + 2\sigma)$.
- On en déduit par identification que 4,05 est une bonne approximation de σ .
- Et donc que 4,1 est une valeur approchée de σ au dixième. → 4,05 est exactement entre 4,0 et 4,1.
- Maintenant, on peut calculer cette probabilité à la calculatrice car on a σ .
- À la calculatrice : $P(T > 18) \approx 0,16$. → Calculé en prenant $\sigma = 4,1$. On trouve la même valeur avec $\sigma = 4,05$.

8. Il nous manque l'écart type σ mais on va pouvoir le trouver avec la probabilité remarquable 0,954.

L'évènement $(184 \leq \text{masse} \leq 216)$ peut s'écrire $(200 - 2 \times 8 \leq \text{masse} \leq 200 + 2 \times 8)$.

Or, d'après le cours, $0,954 \approx P(\mu - 2\sigma \leq \text{masse} \leq \mu + 2\sigma)$.

On en déduit par identification que 8 est une bonne approximation de σ .

On peut alors calculer à la calculatrice : $P(\text{masse} \leq 192) \approx 0,1586...$

Réponse a.

9. a) 1) 125 étant la moyenne, par symétrie $P(X \leq 125 - t) = P(X \geq 125 + t)$.

2) $P(X \leq 121) = P(X \leq 125 - 4) = 0,023$
donc $P(X \geq 129) = P(X \geq 125 + 4) = 0,023$.

On en déduit : $P(121 \leq X \leq 129) = 1 - 2 \times 0,023 = 0,954$. → Encore cette probabilité remarquable...

b) Cette question ressemble beaucoup à l'exercice précédent !

Ce qui est étrange, c'est qu'on pouvait la faire grâce à la probabilité remarquable 0,954 et avec l'écart 4 de chaque côté de 125.

Or on ne va pas s'en servir puisqu'on nous oriente vers une autre probabilité remarquable 0,68 !

Tant pis, c'est exactement la même méthode...

♦ L'évènement $(123 \leq X \leq 127)$ peut s'écrire $(125 - 2 \leq X \leq 125 + 2)$.

Or, d'après le cours, $0,68 \approx P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$.

On en déduit par identification que 2 est une bonne approximation de σ .

c) 1) À la calculatrice, on obtient $P(120 \leq X \leq 130) \approx 0,9876$.
Donc, la probabilité que ce pot soit conforme est 0,9876 à 10^{-4} près.

2) C'est une probabilité conditionnelle avec une intersection un peu pénible à écrire.
Mais attention, le pot n'est pas conforme... c'est-à-dire le contraire de $(120 \leq X \leq 130)$.

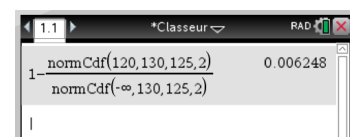
$$\begin{aligned}
 1 - P_{(X \leq 130)}((120 \leq X \leq 130)) &= 1 - \frac{P((X \leq 130) \cap (120 \leq X \leq 130))}{P(X \leq 130)} \\
 &= 1 - \frac{P(120 \leq X \leq 130)}{P(X \leq 130)} \\
 &\approx 0,0062
 \end{aligned}$$

On voit que l'intersection est $(120 \leq X < 130)$.

Attention aux erreurs d'arrondis...

Si vous calculez séparément $P(120 \leq X \leq 130)$ et $P(X \leq 130)$ et que vous divisez les deux arrondis à 10^{-4} , vous risquez d'avoir un quotient mal arrondi à 10^{-4} .

Pour calculer $1 - \frac{P(120 \leq X \leq 130)}{P(X \leq 130)}$, il vaut mieux entrer dans la calculatrice :
puis arrondir à 10^{-4} .



Autre méthode : En écrivant que le pot n'est pas conforme... c'est encore plus pénible à écrire...

$$\begin{aligned}
 P_{(X \leq 130)}((X < 120) \cup (X > 130)) &= \frac{P((X \leq 130) \cap ((X < 120) \cup (X > 130)))}{P(X \leq 130)} \\
 &= \frac{P(X < 120)}{P(X \leq 130)} \\
 &\approx 0,0062
 \end{aligned}$$

On voit que l'intersection est $(X < 120)$.

10. a) 1) 84 étant la moyenne, par symétrie $P(X \geq 104) = P(X \leq 64) = 0,16$.
On en déduit : $P(64 \leq X \leq 104) = 1 - 2 \times 0,16 = 0,68$.

→ Tiens ! Une probabilité remarquable...

- 2) L'évènement $(64 \leq X \leq 104)$ peut s'écrire $(84 - 20 \leq X \leq 84 + 20)$.
Or, d'après le cours, $0,68 \approx P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$.
On en déduit par identification que 20 est une bonne approximation de σ .

- b) 1) La variable aléatoire X a été centrée et réduite, donc Z suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$.

2) $X \leq 64$
 $\Leftrightarrow X - 84 \leq 64 - 84$
 $\Leftrightarrow \frac{X - 84}{\sigma} \leq \frac{-20}{\sigma}$
 Donc $P(X \leq 64) = P(Z \leq \frac{-20}{\sigma})$.

3) $P(X \leq 64) = 0,16$
 donc $P(Z \leq \frac{-20}{\sigma}) = 0,16$.

À la calculatrice, on obtient : $\frac{-20}{\sigma} = -0,9944...$

et donc $\sigma = \frac{-20}{-0,9944...} \approx 20,111$.

- c) 1) À la calculatrice, on obtient $P(24 \leq X \leq 60) \approx 0,115$.
 2) À la calculatrice, on obtient $P(X > 120) \approx 0,037$.

C'est un calcul d'écart type avec questions détaillées comme dans l'exercice 1.13..

11. a) C'est un calcul d'écart type SANS questions détaillées (et avec l'évènement dans le mauvais sens selon la calculatrice), comme dans l'exercice 1.15..
 Vous devez savoir retrouver les étapes.

• $P(D > 48) = 0,7977$
 donc $P(D \leq 48) = 1 - 0,7977 = 0,2023$.

• $D \leq 48$
 $\Leftrightarrow D - 50 \leq 48 - 50$
 $\Leftrightarrow \frac{D - 50}{\sigma} \leq \frac{-2}{\sigma}$
 Donc $P(D \leq 48) = P(\frac{D - 50}{\sigma} \leq \frac{-2}{\sigma})$.

• $P(D \leq 48) = 0,2023$
 donc $P(\frac{D - 50}{\sigma} \leq \frac{-2}{\sigma}) = 0,2023$.

Or, $\frac{D - 50}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$.

Donc, à la calculatrice, on obtient : $P(\frac{D - 50}{\sigma} \leq -0,8334...) = 0,2023$. → Toujours avec la loi normale inverse... Attention au signe - !

Donc, $\frac{-2}{\sigma} = -0,8334...$

et donc $\sigma = \frac{-2}{-0,8334...} \approx 2,3997$, arrondi à 10^{-4} .

- b) À la calculatrice, on obtient $P(45 \leq X \leq 52) \approx 0,779$.

c) $P_{(X \geq 48)}(X \geq 48 + 6) = \frac{P((X \geq 48) \cap (X \geq 54))}{P(X \geq 48)}$
 $= \frac{P(X \geq 54)}{P(X \geq 48)}$
 $\approx 0,060$

→ Attention ! Ce n'est pas une loi à durée de vie sans vieillissement...

→ Entrez

